

图像边缘检测的多尺度灰度 Gap 统计模型

黄陈蓉^{1,2)} 张正军²⁾ 吴慧中²⁾

¹⁾(南京理工大学计算机科学与技术系,南京 210094) ²⁾(南京工程学院计算机工程系,南京 210013)

摘要 汲取 Hastie 和 Tibshirani 等人提出的“Gap statistic”的思想方法,利用样本灰度数据分布的差别定义多尺度的图像灰度间隙,在提出反分布函数概念的基础上,建立了图像边缘检测的多尺度灰度 Gap 统计模型。通过分析分布间隙和灰度间隙的一致性,优化了 Gap 统计模型的边缘检测算法。分析不同尺度下的检测结果,并比较了灰度 Gap 统计模型与 Prewitt 和 Sobel 边缘算子之间的相互关系。通过实例与分析,证明了该模型具有抗噪声、多尺度的特点。

关键词 图像处理 边缘检测 Gap 统计 模型 多尺度

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2005)08-1018-06

Multi-scale Edge Detection Model for Images Based on Grayscale Gap

HUANG Chen-rong^{1,2)}, ZHANG Zheng-jun²⁾, WU Hui-zhong²⁾

¹⁾(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Sci. and Tech., Nanjing 210094)

²⁾(Department of Computer Engineering, Nanjing Engineering Institute, Nanjing 210013)

Abstract On the basis of the gray-level distribution in the relative half-neighborhood of image pixels, referring to the method called “Gap statistic” proposed by Hastie and Tibshirani, a concept called inverse distribution function is brought forward, and a multi-scale edge detection model based on Gap of random variable was established. By analyzing consistency between a grayscale distribution Gap and random variable Gap, the edge detection algorithm for Gap statistic model is optimized. The paper analyzes the correlation between the Gap statistic model and two operators (Prewitt operator and Sobel operator), discusses the anti-noise and multi-scale properties of the edge detection model, and an investigation is made to analyze the difference of edge detection at different scales. Finally, experimental examples verify the capacity of the model.

Keywords image processing, edge detection, Gap statistic, model, multi-scale

1 引言

边缘是图像目标检测的一个重要特征,对它的检测是图像处理和计算机视觉领域的一个基本问题。图像中物体的几何边缘、光照阴影以及物体表面纹理等因素在图像中均表现为边缘,而且实际图像往往还存在着噪声。噪声和边缘在空间域中都表现为图像灰度的突变,在频域中都表现为高频信息,这就使得边缘检测非常困难。在边缘结构和纹理建模理论方面,1992年 Rudin 和 Osher 提出的 BV (Bounded Variation) 图像模型较好地刻画图像视觉

重要的边缘结构^[1],2001年 Meyer 提出了基于“ $u + v$ ”模式的纹理建模理论^[2]。在图像统计建模方面, Richardson 提出了 Poisson 随机场模型^[3]; Cross 提出了 Markov 随机场模型^[4]。2004年罗玲等人采用多尺度形态滤波器能较好地消除噪声,同时可以保持物体重要轮廓信息^[5]。

2000年, Tibshirani 等人提出了称为“Gap statistic”(GS)的方法,该方法利用数据的统计规律通过数据的分布差别对数据进行最优聚类^[6]。本文在分析分布间隙的本质和含义的基础上,提出了图像边缘检测的多尺度灰度 Gap 统计模型。

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金(20020288024)

收稿日期:2004-02-23;改回日期:2005-05-19

第一作者简介:黄陈蓉(1963~),女,副教授。现为南京理工大学计算机应用技术专业博士研究生。主要研究方向为虚拟现实、系统仿真、图像建模。E-mail:huangcr@njit.edu.cn

2 定义与假设

依据图像随机特征,假定图像的边缘是具有内部随机特征相同,相互之间随机特征不同的两个或两个以上区域的共同边界。边缘的检测主要依据两个区域之间灰度随机分布的差别来实现,对于两个区域以上及其他随机特征的情况可以类似地建立模型。

定义 1 称 $N(x, y; r, \alpha)$ 为点 (x, y) 、半径 r 的半邻域,简记为 $N(\alpha)$ 。其中, $N(x, y; r, \alpha) = \{(x', y') \mid x' = x + \rho \cos(\bar{\alpha}), y' = y + \rho \sin(\bar{\alpha}), \rho \in (0, r), \bar{\alpha} \in [\alpha, \pi + \alpha]\}$ 。

定义 2 设 $N_i, i=1, 2$ 为点 (x, y) 、半径 r 的邻域 N 的两个不相交的半邻域,且 $N_1 \cup N_2 = N$, 即半邻域 $N_i, i=1, 2$ 是邻域 N 的一个划分。称 N_1, N_2 为尺度是 $2r$ 的两个相对半邻域。

显然,点 (x, y) 邻域 N 的两个相对半邻域可以表示为 $N(\alpha)$ 和 $N(\pi + \alpha)$ 。

根据假设,图像的边缘处于两个具有不同分布的区域之间。若图像点为某一区域的点,则存在某一尺度,使此点的任意两个相对半邻域内的两个分布函数是相同的,即考察实际图像时,这两个分布规律相近。这里,不考虑随机变量之间的关系,只讨论分布的差别。这是因为,两个区域之间的边界(即图像边缘)与两个区域之间的关系无关,而只与它是否满足边缘条件有关。

定义 3 设随机变量 X, Y 的分布分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则称

$$Gap(F_X(x), F_Y(y)) = \int_{-\infty}^{+\infty} |F_X(z) - F_Y(z)| dz$$

为分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$ 的间隙。

分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$ 的间隙示意图如图 1 所示,其中阴影部分的面积即为间隙。

定义 4 设随机变量 X 的分布分别为 $F_X(x)$, 则称

$$F_X^{-1}(z) = \sup\{x: F_X(x) \leq z\}$$

为随机变量 X 的反分布函数。

显然, $F_X^{-1}(z)$ 单调增加。若 $F_X(x)$ 严格单调增加,则 $F_X^{-1}(z)$ 是 $F_X(x)$ 的反函数,且严格单调增加。随机变量 X, Y 的反分布函数如图 2 所示(与图 1 对应)。

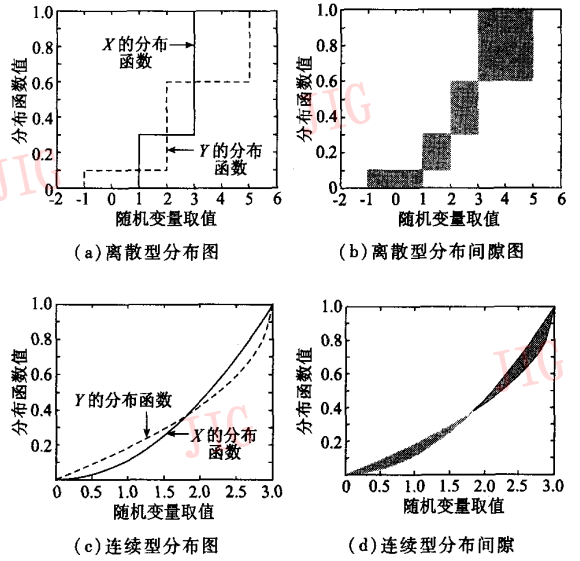


图 1 分布函数及其间隙图

Fig. 1 Distribution function and distribution Gap

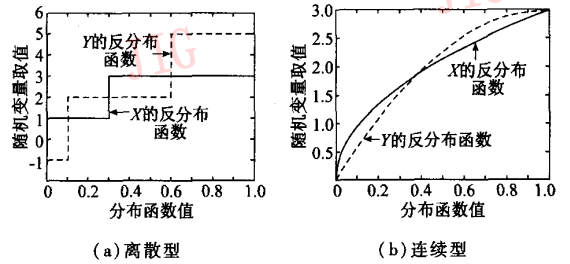


图 2 随机变量的反分布函数图

Fig. 2 Inverse distribution function

定义 5 设随机变量 X, Y 的分布分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则称

$$Gap(X, Y) = \int_0^1 |F_X^{-1}(z) - F_Y^{-1}(z)| dz$$

为随机变量 X, Y 的间隙。

由定义易得,随机变量 X, Y 的间隙定义为两个分布之间取值差的平均值,其示意图如图 3 所示。(与图 2 对应)。其中阴影面积即为间隙。

性质 1 $Gap(F_X(x), F_Y(y)) = Gap(X, Y)$;

性质 2 若随机变量 X, Y 满足 $Y = X + C$, 则 $Gap(X, Y) = C$;

性质 3 $Gap(aX, aY) = aGap(X, Y)$;

性质 4 若随机变量 X, Y 的分布律为

$$P(X=c_{1i}) = P(Y=c_{2i}) = p_i, i = 1, 2, \dots, n$$

并且满足 $a_{j1} < a_{j2} < \dots < a_{jn}, j = 1, 2$, 则 X, Y 的间隙

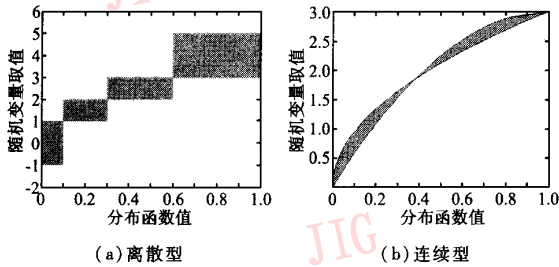


图 3 两随机变量的间隙图
Fig. 3 Stochastic variable Gap

3 图像边缘检测模型与算法

设灰度图像为 $X(x, y)$, 其中 $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ 为平面上的点。灰度图像 $X(x, y)$ 的值为 $[0, 1]$ 。

定义 6 设图像 $X(x, y)$ 点坐标为 (x, y) , 半径为 r 的邻域 N 的两个相对半邻域 $N(\alpha)$ 和 $N(\pi + \alpha)$ 内图像 $X(x, y)$ 的分布分别为 $F_{N(\alpha)}(x), F_{N(\pi + \alpha)}(y)$ (不致混淆的情况下, 对应的随机变量记为 $N(\alpha), N(\pi + \alpha)$), 称

$$Gap(x, y) = \sup_{\alpha \in [0, \pi]} Gap(N(\alpha), N(\pi + \alpha))$$

为图像 $X(x, y)$ 在 (x, y) 处的间隙。

显然, $Gap(x, y) \in [0, 1]$ 。不妨称图像 $Gap(x, y)$ 为图像 $X(x, y)$ 的间隙图像。

由格里汶科定理及性质 1, 得

定理 1 设图像 $X(x, y)$ 点坐标为 (x, y) , 半径为 r 的邻域 N 的两个相对半邻域 $N(\alpha)$ 和 $N(\pi + \alpha)$ 的灰度样本值分别为 $(x_1, x_2, \dots, x_n), (y_1, y_2, \dots, y_n)$ (不妨设 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n, y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$), 对应的经验分布函数分别为 $\bar{F}_{N(\alpha)}(x), \bar{F}_{N(\pi + \alpha)}(y)$, 则 $Gap(N(\alpha), N(\pi + \alpha))$ 的近似值为

$$Gap(\bar{F}_{N(\alpha)}(x), \bar{F}_{N(\pi + \alpha)}(y)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

以 Lena 图像为例, 其图像的间隙图如图 4 所示。

为 $Gap(X, Y) = \sum_{i=1}^n |c_{1i} - c_{2i}| p_i$; 特别地, 若随机变量 X, Y 的分布律分别为 $P(X=c_1) = P(Y=c_2)$, 则 X, Y 的间隙为 $Gap(X, Y) = |c_1 - c_2|$ 。

一般地, 若 X, Y 的分布律分别为

$$P(X=c_{1i}) = p_{1i}, i=1, 2, \dots, n, c_{11} < c_{12} < \dots < c_{1n}$$

$$P(Y=c_{2j}) = p_{2j}, j=1, 2, \dots, m, c_{21} < c_{22} < \dots < c_{2m}$$

则 X, Y 的间隙为

$$Gap(X, Y) = \sum_{i=1}^{n+m} |\bar{c}_{1i} - \bar{c}_{2i}| (\bar{p}_i - \bar{p}_{i-1})$$

其中, 数列 $\bar{p}_0, \bar{p}_1, \dots, \bar{p}_{n+m}$ 是由实数列 $0, 1, p_{11},$

$$\sum_{k=1}^2 p_{1k}, \dots, \sum_{k=1}^{n-1} p_{1k}, p_{21}, \sum_{k=1}^2 p_{2k}, \dots, \sum_{k=1}^{m-1} p_{2k}$$

从小到大排序; $\bar{c}_{ki} = c_{kj}, j = \min\{t | \bar{p}_i \leq \sum_{k=0}^t p_{ki}\}, k = 1, 2, 0$ 。

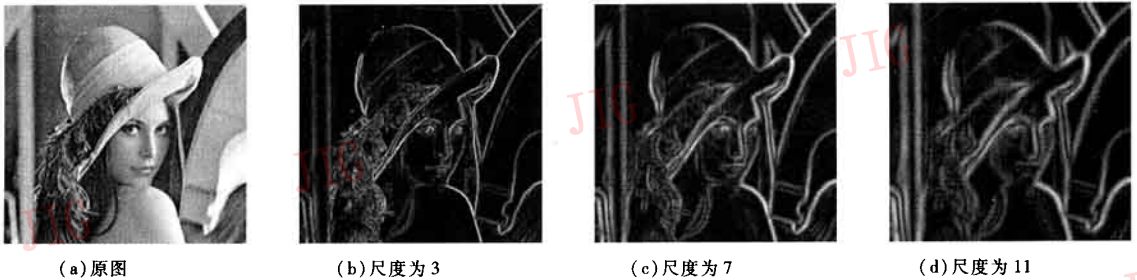


图 4 Lena 图像及其在不同尺度下的间隙图
Fig. 4 Gap images under the different scales

由于前面的假设, 这里讨论的图像边缘为不同分布区域之间的边界 (相当于一般讨论的图像阶跃边缘)。而对相同分布区域之间的边缘 (相当于一般讨论的图像屋脊边缘), 可以在类似假设的基础上进行讨论。

由映射 $Gap: X(x, y) \rightarrow Gap(x, y)$ 的定义, 图像 $X(x, y)$ 边缘点为变换后的统计间隙函数 $Gap(x, y)$ 在梯度方向上取得极值处 (如图 5 所示, d 为实际图

像中不同分布区域之间的过渡灰度区域的宽度), 则图像边缘为

$$E(X) = \{(x, y) | \nabla Gap(x, y) = 0, Gap(x, y) > 0\}$$

边缘检测算法如下: 确定尺度 $2r$, 遍历图像每一个像素点 (x, y) , 并进行以下操作:

(1) 遍历旋转角度 $[0, \pi)$, 计算角度步度 $\Delta\alpha =$

$$\frac{\pi}{2} / \left[\frac{\pi}{2} / \arctan \frac{1}{2r-1} \right];$$

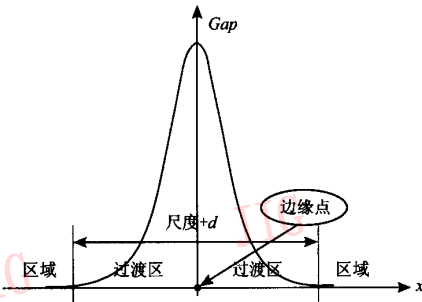


图 5 间隙函数的特征图
Fig. 5 Characteristic curve of Gap function

(2) 确定相对半邻域序列:

$$N(k\Delta\alpha), N(k\Delta\alpha + \pi), k = 1, 2, \dots, [\pi/\Delta\alpha]$$

(3) 将 $N(k\Delta\alpha), N(k\Delta\alpha + \pi)$ 内样本灰度值分别排序得两个顺序统计量的 $(x_1, x_2, \dots, x_n), (y_1, y_2, \dots, y_n), n$ 为样本容量;

(4) 计算

$$Gap(x, y) = \max_{\alpha = k\Delta\alpha, n = 1, 2, \dots, [\pi/\Delta\alpha]} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

(5) 确定阈值 $T > 0$ 。若满足 $Gap(x, y) > T$ 且 $Gap(x, y)$ 为局部极值, 则认为 (x, y) 为近似边缘点。

图 6 为通过图 4 间隙图运用上述算法采用同标准检测出来的图 4(a) 的边缘图。



图 6 图像 Lena 不同尺度下检测出的边缘图
Fig. 6 The image edges under the different scales

4 实例与分析

实例 1 比较模型在不同尺度下的抗噪声能力。

图 7 为 Lena 加上 $[-50, 50]$ 均匀分布噪声后的图像通过尺度为 3, 7 和 11 下的间隙图检测出的边缘图。

从边缘检测结果来看, 随着尺度的增加, 模型的抗噪声能力也不断增强。因为图像边缘检测模型是建立在分布基础上的, 因而它反映出边缘的本质特

征, 而不仅仅是考虑图像灰度的变化。

实例 2 比较经典算子与模型的关系。

多尺度灰度统计模型与经典算子的不同之处为

(1) 模型考虑了不同方向上灰度的变化, 因而从理论上具有各向无差别的特点。通常的算子仅仅考虑图像相互垂直的两个方向的灰度变化, 因而不具有各向无差别的性质;

(2) 模型考虑了灰度变化的总体情况, 考虑了分布之间的差别, 模型反应了灰度变化的平均情况,



图 7 Lena 加噪图像用不同尺度间隙图检测出的边缘图
Fig. 7 The noise image edges under the different scales

而经典的算子,主要比较两个区域之间平均灰度的变化或依据与被检测点的远近不同对作用点进行加权的平均灰度变化。特别地,当分布不同而平均值相同时,经典算子常不能检测出边缘,这不符合边缘的本质;

(3)模型考虑了多尺度的情况。因为事实上,图像的边缘是与尺度有关的,而经典或通常的算子,一般只考虑检测点为中心,尺度为 3 的邻域(若邻域为正方形区域)内灰度的变化,没有考虑不同尺度下灰度变化的情况。

多尺度灰度统计模型与经典算子的相同之处为

(1)模型与算子都是通过图像空域来进行边缘检测的;

(2)模型与算子都是通过邻域内灰度的变化与边缘检测建立关系的;

(3)若模型只考虑相互垂直的方向(如 x 与 y 方向)灰度的变化,并且两区域灰度顺序样本 (x_1, x_2, \dots, x_n) 和 (y_1, y_2, \dots, y_n) 具有关系 $x_i \leq y_i, i = 1, 2, \dots, n$,则模型与 Prewitt 算子边缘检测一致,与 Sobel 算子相近(因为 Sobel 算子考虑了“近像素点比远像素点的作用大”这一因素)。

图 8 为 Lena 原图像和加噪图像的 Prewitt 算子、Sobel 算子边缘检测结果。比较图 7 与图 8,也从一定程度上反映了经典算子与模型之间的相互关系(图 7 与图 8 边缘检测均采用相同的边缘检测阈值和规则)。

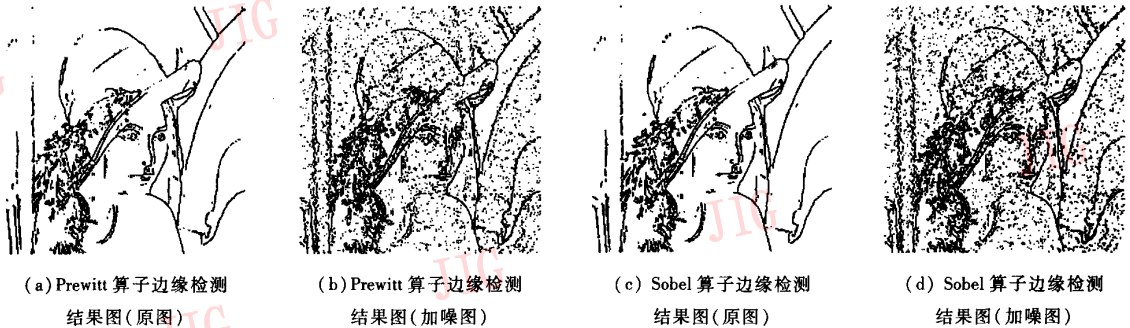


图 8 Prewitt 及 Sobel 算子检测的边缘结果图

Fig. 8 The image edges of Prewitt operator test and Sobel operator test

实例 3 GS 方法与模型思想方法的比较

GS 方法考虑的对象是无序的数据集,采用 K-means 等方法来判断数据集的分类是否为数据的最佳分类。其最佳分类准则主要依据数据分类目标函数与均匀分布分类目标函数值的差别(即间隙),其间隙最大的分类即为最佳分类。

图像边缘检测的 GS(间隙统计)模型根据 GS 方法,将其分类思想应用于图像处理,并考虑了图像相邻像素的位置关系和图像数据的 2 维有序性。同时,在数据比较方面,以多方向、多尺度区域内灰度分布函数的差别作为判断边缘的准则,即以样本平均顺序数据差作为分布差别来确定像素点是否为图像边缘的依据。

5 结 论

基于间隙统计思想利用提出的反分布函数建立

了图像边缘检测的多尺度灰度间隙统计模型,对模型检测边缘的算法给出了较为详细的过程,优化了模型的算法,比较并分析了模型与经典边缘检测算子的相互关系,由此得出,模型比经典的边缘检测算子更能反映出边缘的本质,并具有多尺度、依尺度抗噪声的特点。

参考文献 (References)

- 1 Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithm [A]. In: Proceedings of the 11th Annual International Conference of the Center for Nonlinear Studies on Experimental Mathematics [C], Los Alamos, 1992: 259 ~ 268.
- 2 Meyer Yves. Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations [M]. Boston: American Mathematical Society, 2001.
- 3 Richardson W H. Bayesian-based iterative method of image restoration [J]. Journal of Optical Society of America, 1972, 62(1): 55 ~ 59.
- 4 Cross G, Jain A. Markov random field texture models [J]. IEEE

- Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1983, 5(1):25 ~ 39.
- 5 Luo Ling, Xie Mei, Chen Shan. Watershed segmentation based on multi-scale morphological filtering [J]. Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(2):168 ~ 173. [罗玲, 解梅, 陈杉. 基于多尺度形态滤波的分水岭图像分割方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(2):168 ~ 173.]
- 6 Tibshirani R, Walther G, Hastie T. Estimating the Number of Clusters in a Dataset via the Gap Statistic [R]. SN(2000) JRSSB, Palo Alto: Stanford University, 2000.